CLASA a V a

5.43) Se poate scrie numărul 25^{2019} ca o sumă de două pătrate perfecte ?

5.44) Să se cerceteze dacă numărul N este pătrat perfect:

$N = 4 + 4^2 + 4^3 + \cdots + 4^{2018} + 2^{3^{0^{2017^{2018^{2019}}}}}$?

5.45) Să se compare numerele:

$a = \left\{2500:50:10 - 2 \cdot [(2^{30})^{25} + 9^{25} + 125^{30}:25^{25}]:\left(5^{15} \cdot 5^{25} + 4^{375^{1^{2019^{39}}}} + (3^9)^5 \cdot 3^{15}:3^{10}\right)\right\}^{300}$

$b = \{2 + 1225:49 \cdot 3:(3^2 + 4^2) - 1\}^{225}$

5.46) Câte numere de patru cifre cu exact 3 cifre identice sunt?

5.47) Câte numere de patru cifre cu exact doua câte două cifre identice sunt ?

5.48) Câte numere de patru cifre cu exact 2 cifre identice sunt?

5.49) a) Calculați $5^3 + 7^3 + 11^3$

b) Scrieți numărul 1799^{3001} ca o sumă de trei cuburi perfecte.

5.50) Alex și Andrei și-au cumpărat de la librărie cărți, caiete și pixuri. Alex și-a cumpărat 3 caiete, 5 creione și 8 pixuri și a plătit 43 de lei. Andrei a cumpărat 4 caiete, 3 creione și 6 pixuri și a plătit 36 de lei. Să se afle prețul unui creion, al unui pix și al unui caiet dacă prețul a două pixuri este același cu cel al trei pixuri.

5.51) Suma a trei numere naturale este 150. Să se afle numerele știind că dacă primul număr se împarte la al doilea obținem câtul 2 și restul 21 și că al treilea număr este cu 17 mai mic decât primul.

5.52) Să se determine câtul și restul împărțirii lui a la 2019, unde

a= 20192021+2022+ 3·(1+2+3+…+2019)

Probleme propuse și selectate de prof. **Ftadeev-Brad Adriana-Floriana**

CLASA a VI a

6.44) Să se afle numerele naturale de trei cifre $\overline{xyz}$ cu proprietatea că $\frac{34}{x^2+y^2+z^2}$ este număr natural.

6.45) O bunică are doi nepoți. Vârsta bunicii se exprimă printr-un număr de două cifre , fiecare cifră fiind vârsta unuia dintre nepoți. Dacă la vârsta bunicii se adaugă vârstele celor doi nepoți se obține 83 ani. Ce vârstă are bunica?

6.46) Un număr de trei cifre are suma cifrelor 7.Să se arate că dacă numărul se divide cu 7, atunci cifra zecilor este egală cu cifra unităților.

6.47) Să se afle toate perechile de numere naturale pentru care suma dintre produsul lor și diferența lor este 1987.

6.48) Să se determine numărul natural care satisface simultan următoarele condiții:

a) dacă îl împărțim la 4 obținem restul 3;

b) dacă îl împărțim la 10 obținem restul 1;

c)Dacă îl împărțim la 12 obținem restul 3;

d) suma câturilor celor trei împărțiri de la punctele a),b),c) este mai mare cu 16 decât o treime din numărul dat.

6.49) Să se scrie în ordine cescătoare numerele $\frac{7}{10}, \frac{8}{15}, \frac{9}{20}, \dots, \frac{1984}{9895}, \frac{1985}{9900}$.

6.50) În triunghiul ABC, M,N,P sunt mijloacele laturilor AB,BC,respectiv AC.Considerăm E∈NP astfel ca NP=PE, P între N și E. Luînd D ∈ CM astfel încât CM=MD, M între C și D.Arătați că AD=2AE.

6.51) Fie triunghiul echilateral ABC pe laturile căruia se construiesc n exterior triunghiurile echilaterae ABD și ACE cu centrele de greutate G_1 ,respectiv G_2.

a) Să se calculeze G_1G_2 daă AB=9cm.

b) Să se determine lungimile segmentelor determinate de AB și Ac pe segmentul $[G_1G_2]$.

6.52) Fie triunghiul isoscel cu baza AC de lungime a și m($\hat{B}$)=70°.Pe segmentele AB, Ac sunt date punctele D, respectiv E, astfel încât DA+AE=a. Pe segmentele AB, BC sunt date punctele F, respectiv G, astfel încât FC+CG=a. Punctele E,F sunt distincte. Aflați unghiul format de dreptele DF și EG.

6.53) În triunghiul ABC înălțmea BM și bisectoarea CN se intersectează în D, M ∈(AC), N∈ (AB). Dacă măsurile unghiurilor $\widehat{ACB}$,$\widehat{DMN}$, $\widehat{DNM}$sunt direct proporționale cu numerele 6;2;4, să se arate că 3DM =BM.

Probleme propuse și selectate de prof. **Doru-Marian Căpriță**

CLASA a VII a

7.44) Să se arate că ecuația x^2+3y^2-3x+3y-3=0 nu are soluții întregi.

7.45) Fie S= $\overline{a,b(c)}+\overline{b,c(a)}+\overline{c,a(b)}$ unde a,b,c sunt cifre nenule ale sistemului zecimal invers proporționale cu $\frac{1}{1+bc},\frac{1}{1+ca},\frac{1}{1+ab}$ .Aflați a,b,c știind că S este un număr natural.

7.46) Aflați umerele naturale prime a,b și c care verifică egalitatea a+5b+10c=abc.

7.47) Aflați $\overline{xyz}$ dacă $\overline{xyz}=(x+y+z)^2$+(x+y+z).

7.48) Determinați n∈N, știind că A∩B={2}, unde A=$\left\{x\in Z/\frac{2x-1}{3-x}\geq n\right\}$ și B=$\{x\in Z/(2x-1)(3-x)\geq 0\}$.

7.49) Fie M un punct interior pătratului ABCD astfel încât triunghiul ABM să fie echilateral.Fie N∈(DM astfel încât măsura unghiului CNM să fie de 15°.
a) Să se demonstreze că NC=AB și BM=BN.
b) Dacă BM∩CN={Q}și CN∩ AB={E} și AB=a, determinați lungimile segmentelor QN și QE.

7.50) Fie ABCD un dreptunghi și M∈ $[CD]$ astfel încât MD=2MC=2BC. Să se determine măsura unghiului ascuțit dintre dreptele BD și AM.

7.51) Fie triunghiul ABC cu $[AB]\equiv[AC]$ și M,N∈(BC), M între B și N, P∈(AC), Q∈(AB) astfel încât MNPQ este pătrat. Dacă central pătratului coincide cu centrul de greutate G al triunghiului ABC, atunci:
a) AGNP este paralelogram; b) AP=$\frac{MP}{2}$.

7.52) Fie pătratul ABCD și punctele E,F în exteriorul, respective interiorul acestuia, astfel încât triunghiul BCE este echilateral, iar triunghiul ADF este isoscel cu baza (AD). Demonstrați că patrulaterul BCEF este romb dacă și numai dacă m($\widehat{AFD}$)=150°.

7.53) Pe laturile AB și CD ale unui dreptunghi, cu AB> BC, luăm punctele M și N astfel încât m($\widehat{BCM}$)= 30°și N simetricul lui M față de intersecția diagonalelor. Arătați că triunghiul CNM este echilateral dacă și numai dacă DB ⊥CM.

Probleme propuse și selectate de prof. **Doru-Marian Căpriță**

CLASA a VIII a

8.43) Arătați că nu există numere prime a și b astfel încât numărul $\sqrt{a+b\sqrt{3}}+\sqrt{a-b\sqrt{3}}$ să fie prim.

8.44) Aflați numerele întregi x,y,z dacă x+y-z=5 și $x^2+y^2-z^2=-9$.

8.45) Aflați valoarea minimă a raportului: $\frac{(2x-3y)(3x-2y)}{1+x^2y^2}$.

8.46) Arătați că dacă $\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{c^2}+\frac{c^2}{a^2}=\frac{a}{c}+\frac{b}{a}+\frac{c}{b}$,a,b,c$\in R_+^*$,atunci a=b=c.

8.47) Determinați soluțiile întregi ale ecuației: x^2+10xy+24y^2-6x-24y-5=0.

8.48) Fie ABCD un pătrat de latură a. În A și C , de aceeași parte a planului pătratului se ridică perpendicular pe acesta, pe care se iau punctele P, respectiv Q astfel încât AP=CQ=$\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Determinați măsura unghiului format de planele (PBQ) și (ABC).

8.49) Fie A,B,C,D patru puncte necoplanare astfel încât AB⊥AD, AD⊥AC și AC⊥AB. Punctele H și G sunt ortocentrul, respective centrul de greutate al triunghiului BCD, iar S este suma ariilor triunghiurilor ABC, ABD, ACD.Arătați că:

a) Proiecția punctului A pe planul (BCD) este punctual H.

b) $AB^2+AC^2+AD^2$=2S.

c) Dacă AB+AC+AD=1, atunci 9AG^2+10S≤2.

8.50) Volumul paralelipipedului dreptunghic cu dimensiunile a,b,c este de 9614m^3.Mărind dimensiunile lui cu 19m, 22m, respective 23m, obținem un paralelipiped al cărui volum este de 8 ori mai mare decât volumul paralelipipedului inițial. Determinați a, b și c.

8.51) Se consideră cubul ABCD $A'B'C'D'$ de muchie a. Calculați tangenta unghiului format de planele $(C'BD)$ și (ABC).

8.52) Fie $A_1B_1C_1D_1$ și$A_2B_2C_2D_2$ două paralelograme oarecare în spațiu. Dacă M,N,P,Q sunt mijloacele segmentelor A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2, D_1D_2 demonstrați că MNPQ este paralelogram.

Probleme propuse și selectate de prof. **Doru-Marian Căpriță**